

Эквивалентные задачи

Разбейте задачи на группы эквивалентных и решите одну из каждой группы.

1. На чудо-дереве растет 10 апельсинов и 9 бананов. Каждый день садовник снимает с дерева ровно два фрукта. Причем, если он снимает одинаковые фрукты, то на дереве появляется новый банан, а если разные – новый апельсин. В конце концов на дереве останется один фрукт. Какой?

2. На столе в ряд выставлены 11 шашек. Олег и Артём по очереди забирают либо одну шашку, либо две рядом стоящие. Выигрывает тот, кто заберет последнюю. Начинает Олег. Кто выиграет при правильной игре?

3. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой (но только одной) кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. На доске выписаны все числа от 1 до 97. Гриша расставляет между ними знаки «+» и «-» так, чтобы в результате получился ноль. Сможет ли он это сделать?

5. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками отметили еще по точке. Такое «уплотнение» повторили еще раз. В результате на прямой оказалось отмечено 97 точек. Сколько точек было отмечено первоначально?

6. На шахматной доске размером 10×11 в левом нижнем углу стоит ферзь. Двое по очереди ходят им вверх, право или вверх-вправо по диагонали (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ферзя в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

7. После обеда Дамир вышел из столовой и решил двигаться вдоль некоторой прямой. Сначала он переместился на 1 шаг в какую-то сторону, затем на два шага, потом на 3 и т.д. Сможет ли Дамир, сделав в очередной раз 97-й шаг, вернуться в начальную точку (то есть снова попасть в столовую)?

8. На доске написаны 11 минусов. За один ход можно исправить либо один либо два соседних минуса на плюсы. Двое ходят по очереди. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

9. На шахматной доске размером 10×11 в левом нижнем углу стоит ладья. Двое по очереди ходят ею вверх или вправо (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ладью в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

10. На доске написаны 10 единиц и 9 нулей. За один ход можно стереть любые два числа и, если они были одинаковые, то приписать к оставшимся 0, а если разными, то 1. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы на доске осталась ровно одна единица?

11. У фальшивомонетчиков Гоги и Сереги есть 97 монет номиналом от 1 до 97 центов. Они хотят так поделить монеты, чтобы номинальная сумма центов у обоих была одинакова. Смогут ли они это сделать?

12. Можно ли прямоугольник 6×10 разрезать на прямоугольники 1×4 ?

13. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой кучки или по одинаковому числу камней из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

14. В буфете выстроилась очередь за мороженым. Терминал завис, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Мороженое еще не начали продавать, и во все промежутки опять влезло по человеку. В итоге продали 97 стаканчиков, и всем стоящим досталось по одному. Сколько человек стояли в очереди первоначально?

15. Во дворце фараона Тутанхамона каждая комната имеет одну дверь, через которую можно войти в эту комнату и пять дверей, через которые можно выйти, попав в другую комнату. Спустя много лет ученые откопали этот дворец и вошли в единственный вход. После чего они обошли все комнаты и обнаружили, что 121 дверь открыть нельзя. Сколько комнат они обошли?

16. Петя с папой пошли в тир. Уговор был такой: Петя делает 5 выстрелов, а за каждое следующее попадание он получает право сделать ещё два. Всего было сделано 45 выстрелов. Сколько раз Петя попал в цель?

17. Сколько упорядоченных наборов можно составить из 11 цифр, если использовать только нули и единицы?

18. На столе стоят одиннадцать стаканов, перевёрнутых вверх дном. Разрешается выбрать четыре любых стакана и перевернуть их (т.е. если стакан стоял вверх дном, то он перейдёт в нормальное состояние, а если он был в нормальном состоянии, то переворачивается вверх дном). Можно ли при помощи таких операций добиться того, чтобы все стаканы стояли в нормальном состоянии?

19. В большой коробке лежит 5 коробок меньшего размера, в этих пяти коробках вложены ещё коробки так, что в каждой коробке кроме большой либо лежит две коробки, либо ничего не лежит. Всего 45 коробок. Во скольких коробках лежит по две коробки?

20. Болельщик «Спартака», имея два ведра с краской (красной и белой) хочет покрасить забор из 11 досок. Сколькими способами он сможет это сделать?

21. На доске написаны 11 чисел -1 . Разрешается выбрать четыре любых числа и каждое умножить на -1 (при этом вместо этих чисел записывается результат умножения). Можно ли с помощью таких операций добиться, чтобы на доске было записано семь единиц?

22. В городе Большие Васюки решили провести выборы мэра. Договорились, что работает следующий алгоритм: желающие баллотироваться в мэры, собираются по 5 человек, затем выбирают из них одного и из выбранных собирают снова какую-то пятерку, среди которой выбирают достойного, кто идёт на выборы дальше, и так далее. Выбывшим на каком-то этапе не разрешается участвовать в дальнейших выборах, но зато пятерка может выдвинуть своего представителя в любой момент. Когда останется только пять претендентов, они выбирают среди этой пятерки мэра. Оказалось, что было 17 туров голосований. Сколько было претендентов на пост мэра?

Эквивалентные задачи

Разбейте задачи на группы эквивалентных и решите одну из каждой группы.

1. На чудо-дереве растет 10 апельсинов и 9 бананов. Каждый день садовник снимает с дерева ровно два фрукта. Причем, если он снимает одинаковые фрукты, то на дереве появляется новый банан, а если разные – новый апельсин. В конце концов на дереве останется один фрукт. Какой?

2. На столе в ряд выставлены 11 шашек. Олег и Артём по очереди забирают либо одну шашку, либо две рядом стоящие. Выигрывает тот, кто заберет последнюю. Начинает Олег. Кто выиграет при правильной игре?

3. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой (но только одной) кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. На доске выписаны все числа от 1 до 97. Гриша расставляет между ними знаки «+» и «-» так, чтобы в результате получился ноль. Сможет ли он это сделать?

5. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками отметили еще по точке. Такое «уплотнение» повторили еще раз. В результате на прямой оказалось отмечено 97 точек. Сколько точек было отмечено первоначально?

6. На шахматной доске размером 10×11 в левом нижнем углу стоит ферзь. Двое по очереди ходят им вверх, право или вверх-вправо по диагонали (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ферзя в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

7. После обеда Дамир вышел из столовой и решил двигаться вдоль некоторой прямой. Сначала он переместился на 1 шаг в какую-то сторону, затем на два шага, потом на 3 и т.д. Сможет ли Дамир, сделав в очередной раз 97-й шаг, вернуться в начальную точку (то есть снова попасть в столовую)?

8. На доске написаны 11 минусов. За один ход можно исправить либо один либо два соседних минуса на плюсы. Двое ходят по очереди. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

9. На шахматной доске размером 10×11 в левом нижнем углу стоит ладья. Двое по очереди ходят ею вверх или вправо (влево и вниз ходить не разрешается). Выигрывает тот, кто первым поставит ладью в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

10. На доске написаны 10 единиц и 9 нулей. За один ход можно стереть любые два числа и, если они были одинаковые, то приписать к оставшимся 0, а если разными, то 1. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы на доске осталась ровно одна единица?

11. У фальшивомонетчиков Гоги и Сереги есть 97 монет номиналом от 1 до 97 центов. Они хотят так поделить монеты, чтобы номинальная сумма центов у обоих была одинакова. Смогут ли они это сделать?

12. Можно ли прямоугольник 6×10 разрезать на прямоугольники 1×4 ?

13. Имеется две кучки 9 камней и 10 камней. За один ход можно взять сколько угодно камней из любой кучки или по одинаковому числу камней из каждой кучки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

14. В буфете выстроилась очередь за мороженым. Терминал завис, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Мороженое еще не начали продавать, и во все промежутки опять влезло по человеку. В итоге продали 97 стаканчиков, и всем стоящим досталось по одному. Сколько человек стояли в очереди первоначально?

15. Во дворце фараона Тутанхамона каждая комната имеет одну дверь, через которую можно войти в эту комнату и пять дверей, через которые можно выйти, попав в другую комнату. Спустя много лет ученые откопали этот дворец и вошли в единственный вход. После чего они обошли все комнаты и обнаружили, что 121 дверь открыть нельзя. Сколько комнат они обошли?

16. Петя с папой пошли в тир. Уговор был такой: Петя делает 5 выстрелов, а за каждое следующее попадание он получает право сделать ещё два. Всего было сделано 45 выстрелов. Сколько раз Петя попал в цель?

17. Сколько упорядоченных наборов можно составить из 11 цифр, если использовать только нули и единицы?

18. На столе стоят одиннадцать стаканов, перевёрнутых вверх дном. Разрешается выбрать четыре любых стакана и перевернуть их (т.е. если стакан стоял вверх дном, то он перейдёт в нормальное состояние, а если он был в нормальном состоянии, то переворачивается вверх дном). Можно ли при помощи таких операций добиться того, чтобы все стаканы стояли в нормальном состоянии?

19. В большой коробке лежит 5 коробок меньшего размера, в этих пяти коробках вложены ещё коробки так, что в каждой коробке кроме большой либо лежит две коробки, либо ничего не лежит. Всего 45 коробок. Во скольких коробках лежит по две коробки?

20. Болельщик «Спартака», имея два ведра с краской (красной и белой) хочет покрасить забор из 11 досок. Сколькими способами он сможет это сделать?

21. На доске написаны 11 чисел -1 . Разрешается выбрать четыре любых числа и каждое умножить на -1 (при этом вместо этих чисел записывается результат умножения). Можно ли с помощью таких операций добиться, чтобы на доске было записано семь единиц?

22. В городе Большие Васюки решили провести выборы мэра. Договорились, что работает следующий алгоритм: желающие баллотироваться в мэры, собираются по 5 человек, затем выбирают из них одного и из выбранных собирают снова какую-то пятерку, среди которой выбирают достойного, кто идёт на выборы дальше, и так далее. Выбывшим на каком-то этапе не разрешается участвовать в дальнейших выборах, но зато пятерка может выдвинуть своего представителя в любой момент. Когда останется только пять претендентов, они выбирают среди этой пятерки мэра. Оказалось, что было 17 туров голосований. Сколько было претендентов на пост мэра?